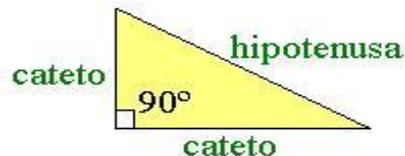


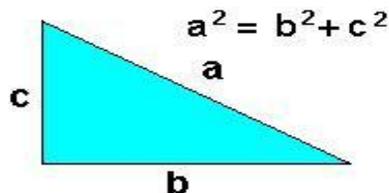
El teorema de Pitágoras

En primer lugar deberíamos recordar un par de ideas:

- Un **triángulo rectángulo** es un triángulo que tiene un ángulo recto, es decir de 90°.
- En un triángulo rectángulo, el lado más grande recibe el nombre de **hipotenusa** y los otros dos lados se llaman **catetos**.



Teorema de Pitágoras.-En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



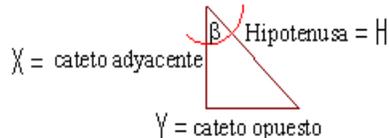
Funciones Trigonométricas

Podemos desarrollar las funciones trigonométricas de ángulos complementarios mediante triángulos rectángulos, ya que los ángulos que no son rectos son complementarios entre sí: $a + b = 90^\circ \Rightarrow b = 90^\circ - a$

primer caso



segundo caso



Se define la función **SENO** de un ángulo como la razón (o división) entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa del triángulo rectángulo.

En el primer caso el seno del ángulo α es:

$$\text{sen}(\alpha) = X/H$$

En el segundo caso el seno del ángulo β es:

$$\text{sen}(\beta) = Y/H$$

Se define la función **COSENO** de un ángulo como la razón (o división) entre el cateto adyacente al ángulo y la hipotenusa del triángulo rectángulo.

En el primer caso el coseno del ángulo α es:

$$\text{cos}(\alpha) = Y/H$$

En el segundo caso el coseno del ángulo β es:

$$\text{cos}(\beta) = X/H$$

Se define la función **TANGENTE** de un ángulo como la razón (o división) entre el cateto opuesto y el cateto adyacente del triángulo rectángulo.

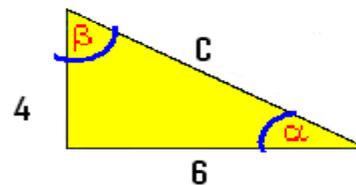
En el primer caso el coseno del ángulo α es:

$$\text{tg}(\alpha) = X/Y$$

En el segundo caso el coseno del ángulo β es:

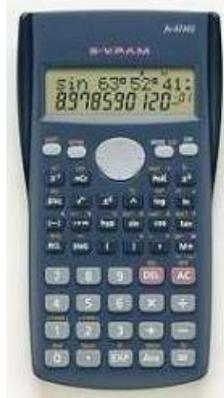
$$\text{tg}(\beta) = Y/X$$

por ejemplo:



el ángulo β se obtiene porque $\text{tg}(\beta) = 6/4 = 1,5$ entonces en la calculadora podemos obtener el inverso de la $\text{tg}(\beta)$ y nos entrega el ángulo:

$$\text{tg}^{-1}(1,5) = 56,31^\circ \text{ es el valor de } \beta$$



EN LA CALCULADORA:

En las calculadoras científicas se puede trabajar con estas funciones, calculando ángulos o encontrando el valor de las funciones seno, coseno o tangente, según las teclas que se indican con las iniciales de cada función.

Por ejemplo si queremos saber cuanto vale el coseno de un ángulo de 30° debemos presionar las siguientes teclas en el orden que se muestra:

1. **cos**
2. **(**
3. **30**
4. **)**
5. **=**

Entonces el resultado en la pantalla será: 0,866025403

Y si quisiéramos saber cuanto vale la función tangente debemos seguir el mismo orden pero la primera tecla a presionar debe ser **tan**. Y el resultado sería: 0,77350269

Por otra parte si en lugar de entregarnos el ángulo nos dieran el valor de alguna función (por ejemplo nos dicen que el valor de la función COSENO de un ángulo es 0,5), lo que debemos hacer, para obtener el ángulo al cual corresponde esta función, en la calculadora es presionar las teclas en el siguiente orden:

1. **shift**
2. **cos**

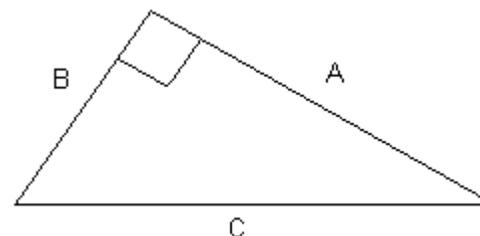
y hasta este punto en la pantalla aparecerá un \cos^{-1}

3. **(**
4. **0,5**
5. **)**
6. **=**

Y la calculadora nos dirá el ángulo al que corresponde este valor de la función coseno, que es: 60°

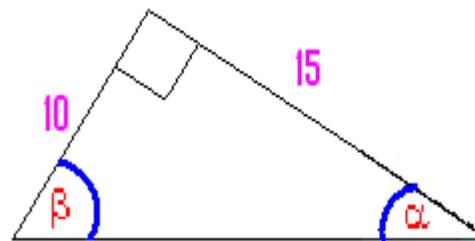
Como en el ejemplo podemos calcular ahora el valor de α usando los valores de los catetos dados (4 y 6), o bien otra forma de resolverlo es calculando con Pitágoras el valor del lado C y luego mediante la función SENO o COSENO obtener el valor del ángulo α .

1. Para el siguiente triángulo calcular el lado que falta, con el teorema de Pitágoras, según se indica para cada caso.



1	A = 7 B = 5 C =	4	A = 16 B = C = 18	7	A = 9 B = C = 15
2	A = 7 B = C = 11	5	A = 21 B = 13 C =	8	A = 22 B = C = 24
3	A = B = 6 C = 18	6	A = 19 B = 6 C =	9	A = B = 3 C = 5

2. Para el siguiente triángulo rectángulo calcular:



- sen (α)
- sen (β)
- cos (α)
- cos (β)
- el lado que falta
- tg (α)
- tg (β)
- α
- β

3. De ejercicio anterior, calcule las mismas incógnitas si los valores de los catetos 10 y 15 vale, respectivamente:

- a) 12 y 18
- b) 2 y 4
- c) 9 y 13

4. Encuentre los siguientes valores:

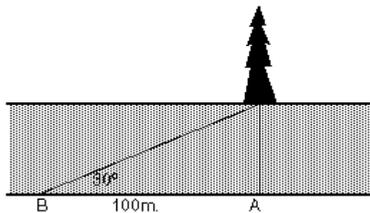
a) $\cos (15^\circ)$	t) $\cos (5^\circ)$
b) $\sin (25^\circ)$	u) $\sin (20^\circ)$

c) $\text{tg}(45^\circ)$	v) $\text{tg}(55^\circ)$
d) $\text{sen}(60^\circ)$	w) $\text{sen}(65^\circ)$
e) $\text{sen}(130^\circ)$	x) $\text{sen}(110^\circ)$
f) $\text{cos}(250^\circ)$	y) $\text{cos}(210^\circ)$
g) $\text{tg}(330^\circ)$	z) $\text{tg}(33^\circ)$
h) $\text{cos}(200^\circ)$	aa) $\text{cos}(100^\circ)$
i) $\text{tg}(135^\circ)$	bb) $\text{tg}(115^\circ)$
j) $\text{cos}(90^\circ)$	cc) $\text{cos}(290^\circ)$
k) $\text{sen}(90^\circ)$	dd) $\text{sen}(390^\circ)$
l) $\text{cos}(0^\circ)$	ee) $\text{cos}(80^\circ)$
m) $\text{sen}(0^\circ)$	ff) $\text{sen}(170^\circ)$
n) $\text{cos}(180^\circ)$	gg) $\text{cos}(380^\circ)$
o) $\text{sen}(180^\circ)$	hh) $\text{sen}(10^\circ)$
p) $\text{cos}(270^\circ)$	ii) $\text{cos}(70^\circ)$
q) $\text{sen}(270^\circ)$	jj) $\text{sen}(325^\circ)$
r) $\text{cos}(360^\circ)$	kk) $\text{cos}(285^\circ)$
s) $\text{sen}(360^\circ)$	ll) $\text{sen}(36^\circ)$

5. Para los siguientes valores encuentre el ángulo al que corresponden:

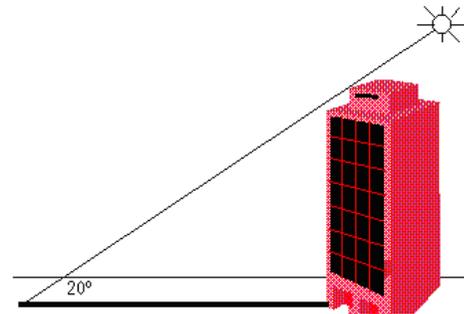
a) usando la función sen^{-1}	b) usando la función cos^{-1}	c) usando la función tg^{-1}
1. 0,5	1. 0,906307787	1. 0,4663076
2. 0,93969	2. -0,173648	2. 1
3. -0,173648	3. -0,8660254	3. -0,83909963
4. -0,9369	4. 0,9848077	4. 5,67128

Resuelva los siguientes ejercicios:

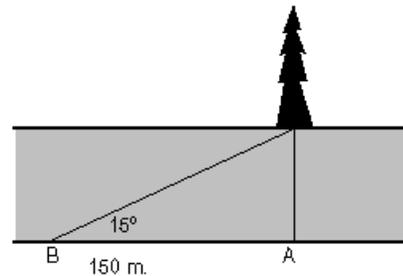


1. Desde un punto A en la orilla de un río se ve un árbol justo enfrente. Si caminamos 100 (m) río abajo, por la orilla recta del río, llegamos a un punto B desde el que se ve el pino formando un ángulo de 30° con nuestra orilla. Calcular la anchura del río.

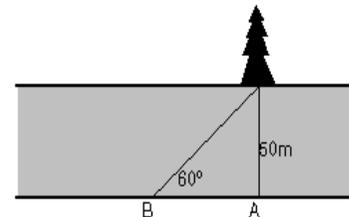
2. Desde un punto se observa un edificio cuya parte más alta forma con el suelo un ángulo de 30° , si avanzamos 30 (m), el ángulo pasa a ser de 45° . Calcular la altura del edificio. Encuentre por trigonometría el tercer ángulo.



3. Un edificio proyecta una sombra de 150(m). Cuando el sol forma un ángulo de 20° sobre el horizonte, calcular la altura del edificio. Encuentre por trigonometría el tercer ángulo.



4. Desde un punto A en la orilla de un río se ve un árbol justo enfrente. Si caminamos 150 metros río abajo, por la orilla recta del río, llegamos a un punto B desde el que se ve el pino formando un ángulo de 15° con nuestra orilla. Calcular la anchura del río. Encuentre por trigonometría el tercer ángulo.



5. Desde un punto A en la orilla de un río, cuya anchura es de 50 (m), se ve un árbol justo enfrente. ¿Cuánto tendremos que caminar río abajo, por la orilla recta del río, hasta llegar a un punto B desde el que se vea el pino formando un ángulo de 60° on nuestra orilla? Encuentre por trigonometría el tercer ángulo.

Fuentes:

<http://centros5.pntic.mec.es/ies.ortega.y.rubio/Mathis/Pitagoras/Teorema.htm>

http://soko.com.ar/matem/matematica/Func_Trigonometrica.htm

